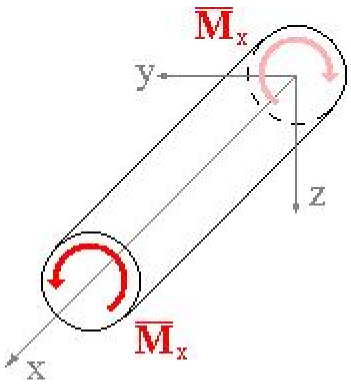
RESISTANCE DES MATERIAUX

Torsion

1 – SOLLICITATION

Une poutre est sollicitée à la torsion si le torseur de cohésion se réduit à :



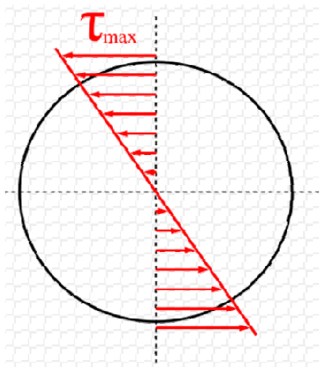
$$\boxed{\{T_{coh}\} = \begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G\ (G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$

<u>Remarque importante</u> : *on se limite ici à l'étude des poutres de section circulaire pleine ou creuse.*

2 – CONTRAINTE

Partant de l'équation générale (4) : $M_t = \int_S \left(y \cdot \tau_z - z \cdot \tau_y\right) \cdot ds$

on montre que la contrainte est :

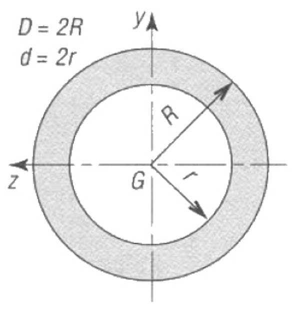


$$\boxed{\tau = \frac{M_t}{\left(\dfrac{I_0}{\rho}\right)}}$$

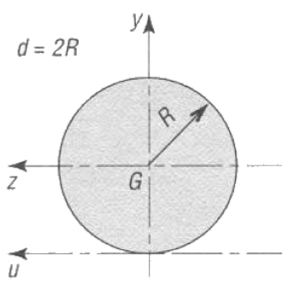
avec

- M_t : moment de torsion ($N \cdot mm$)
- I_0 : moment quadratique polaire (mm^4)
- ρ : rayon (mm)
- τ : contrainte tangentielle (MPa ou $N \cdot mm^{-2}$)

Moments quadratiques polaires utiles en torsion :



$$S = \pi\left(R^2 - r^2\right)$$
$$I_y = I_z = \frac{\pi}{4}\left(R^4 - r^4\right) = \frac{\pi}{64}\left(D^4 - d^4\right)$$
$$I_G = \frac{\pi}{2}\left(R^4 - r^4\right) = \frac{\pi}{32}\left(D^4 - d^4\right) = I_y + I_z$$



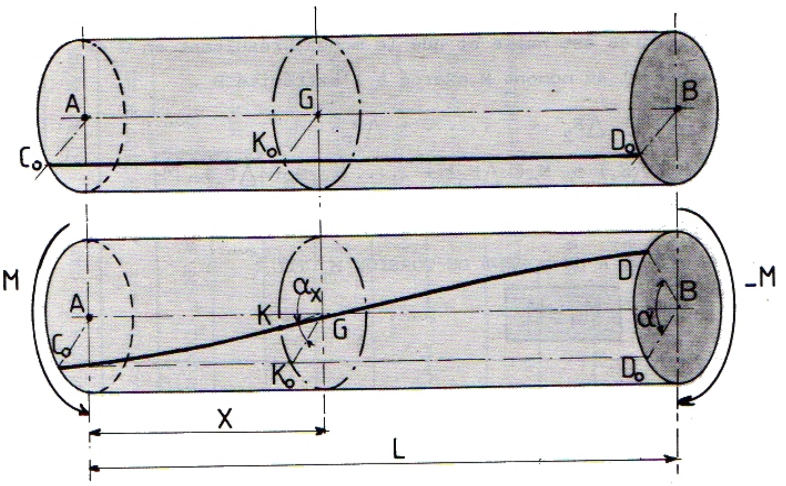
$$S = \pi R^2$$
$$I_y = I_z = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$
$$I_u = \frac{5\pi R^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$$
$$I_G = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} = I_y + I_z$$

3 – DEFORMATION - ANGLE UNITAIRE DE TORSION

On constate que :

- La longueur L de la poutre ne varie pas (elle reste constante)
- $\frac{\alpha_x}{X} = \ldots = \frac{\alpha}{L} = \theta$

θ s'appelle l'angle unitaire de torsion (en rad/m ou rad/mm)



4 – RELATION CONTRAINTE / DEFORMATION

On montre que la contrainte est :

$$\boxed{\tau = G \cdot \theta \cdot \rho}$$

avec

- G : module d'élasticité transversal (MPa)
- θ : angle unitaire de torsion ($rad \cdot mm^{-1}$)
- ρ : rayon (mm)
- τ : contrainte tangentielle (MPa ou $N \cdot mm^{-2}$)

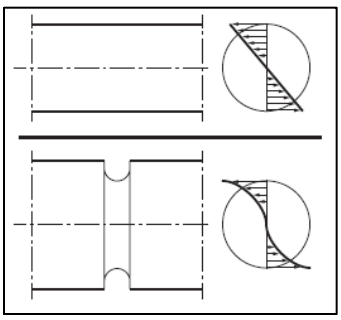
5 – CONDITION DE RESISTANCE

Le dimensionnement se fait toujours dans le domaine élastique.

La limite de résistance au glissement R_g est minorée avec un **coefficient de sécurité** : $R_{pg} = \frac{R_g}{s}$

D'autre part, la pièce peut présenter des accidents (épaulements, etc.) d'où des **concentrations de contraintes** et donc l'introduction du coefficient de concentration de contraintes en torsion K_t :

$$\boxed{\tau_{max} = K_t \times \tau}$$



La condition de résistance devient donc :

$$\boxed{\tau_{max} < R_{pg}}$$